

Tipo de artículo: Artículo original
Temática: Inteligencia artificial
Recibido: 15/02/2021 | Aceptado: 15/04/2021

Enfoque multiobjetivo para el problema difuso de empaquetamiento con costo y tamaño variable

Multiobjective approach for the fuzzy variable cost and size bin packing problem

Jorge Herrera Franklin ^{1,2*} <http://orcid.org/0000-0002-3694-499X>

Alejandro Rosete ² <http://orcid.org/0000-0002-4579-3556>

¹ Centro de Investigación y Manejo Ambiental del Transporte. Cimab. Carretera del Cristo esquina Tiscornia, Casablanca, Regla, La Habana, Cuba. franklin@cimab.transnet.cu

² Universidad Tecnológica de La Habana José Antonio Echeverría. CUJAE. Facultad de Ingeniería Informática. Calle 114, No. 11901. Entre 119 y 129, Marianao, La Habana, Cuba. rosete@ceis.cujae.edu.cu

*Autor para la correspondencia: geo.jhf@gmail.com

RESUMEN

En la investigación se aborda una variante difusa del Problema de Empaquetamiento con Costo y Tamaño Variables donde se permite una sobrecarga de los contenedores. El nivel de sobrecarga está definido por valores de alfa-corte o pertenencia de los cuales se generan instancias que conforman el problema difuso. El muestreo empírico de los alfa-corte tiene el problema de que cada instancia con un grado de pertenencia

determinado, debe resolverse y además se pueden perder soluciones interesantes en cuanto a compromiso costo-capacidad. En el presente trabajo se introduce una propuesta donde se trata el problema de la obtención de la solución difusa como un problema multiobjetivo donde se busca minimizar el costo mientras se maximiza el valor de pertenencia de la solución. Para esto se utilizaron las metaheurísticas multiobjetivo Búsqueda Local, Recocido Simulado Ulungu, Algoritmo Genético y su variante NSGA-II. Fueron implementados varios operadores basados en la heurística First Fit Decreasing. Los resultados experimentales mostraron que el NSGA-II resulta ser el más eficaz a la misma vez que el más lento, pero sin llegar a ser inviable su utilización en instancias grandes. También se comprobó en un grupo de instancias difusas, de las cuales se conoce la solución exacta para 11 valores de pertenencia, que este método permite obtener soluciones que mejoran valores de pertenencia con el mismo costo.

Palabras clave: optimización multiobjetivo; problema difuso de empaquetamiento con costo y tamaño variable; metaheurísticas; enfoque paramétrico.

ABSTRACT

The research addresses a fuzzy variant of the Variable Cost and Size Bin Packing Problem where an overload of the bins is allowed. The level of overload is defined by alpha-cuts or membership values which generates crisp instances that conform the fuzzy problem. The empirical sampling of the alpha-cuts has the problem that every single crisp instance must be solved as well as it can be missed interesting solutions that improve the trade-off between cost and capacity. In the present work a proposal is introduced where the problem of obtaining the fuzzy solution is treated as a multiobjective problem aiming to minimize the cost while maximizing the membership value of the solution. For this, the multiobjective metaheuristics Local Search, Ulungu Simulated Annealing, Genetic Algorithm and its variant NSGA-II were used. Several operators based on the First Fit Decreasing heuristic were implemented. The experimental results showed that the NSGA-II turns out to be the most efficient and at the same time the slowest, but without becoming unfeasible its use in large instances. It was also verified in a group of fuzzy instances, of which the exact solution is known for 11 membership values, that this method allows obtaining solutions that improve membership values with the same cost.

Keywords: multiobjective optimization; fuzzy variable cost and size bin packing problem; metaheuristics; parametric approach.

Introducción

El Problema de Empaquetamiento con Costo y Tamaño Variables (Variable Cost and Size Bin Packing Problem, VCSBPP) es una modificación propuesta por Crainic et. al. (Crainic et al., 2011) a la definición original de Friesen y Langston (Friesen y Langston, 1986). Consiste en empaquetar un conjunto de ítems en un conjunto de contenedores de varios tipos (tamaños) donde para cada tipo de contenedor existe una colección infinita (de manera que todos los ítems puedan ser empaquetados en un solo tipo). El objetivo del problema es minimizar el costo de todos los contenedores usados. Este problema tiene importantes aplicaciones en informática y telecomunicaciones (Kalaskar, 2013), logística (Crainic et al., 2014), entre otras.

Numerosos trabajos han propuesto métodos de solución aproximados (Fraire-Huacuja et al., 2019) para instancias de gran tamaño. Sin embargo, la aplicación de este problema en situaciones de la vida real ha demostrado la pertinencia de relajar determinadas restricciones según convenga. En este sentido, la introducción de los conjuntos difusos o borrosos (Ebrahimnejad y Verdegay, 2018) apunta a una necesidad latente de ajustar los modelos matemáticos a las condiciones reales de su aplicación. Existen muchos trabajos que abordan problemas importantes en el enfoque difuso como los relacionados con sistemas de transporte (Shavarani et al., 2019), redes (Mohammed et al., 2020), entre otros.

En el caso del VCSBPP, existen aproximaciones desde varios ángulos (Crainic et al., 2014) (Wang, Li y Mehrotra, 2019). Recientemente, en (Herrera-Franklin, Rosete, García-Borroto, Cruz-Corona, et al., 2020) se propone un modelo difuso relajando la restricción correspondiente a la capacidad de los contenedores y se comparan los resultados obtenidos con un solver (SCIP) y las heurísticas First Fit Decreasing (FFD) y Best Fit Decreasing (BFD). Ambos algoritmos parten de la condición de que tanto la lista de ítems como la lista de contenedores estén ordenadas descendientemente por los pesos de los ítems y las capacidades de los

contenedores, respectivamente. El FFD coloca cada ítem en el primer contenedor donde cabe, mientras que el BFD selecciona entre todos los contenedores disponibles, aquel que después de empaquetar tiene el menor espacio vacío (Pillay y Qu, 2018). En el trabajo referenciado (Herrera-Franklin, Rosete, García-Borroto, Cruz-Corona, et al., 2020), se utiliza el enfoque paramétrico propuesto por Verdegay (Ebrahimnejad y Verdegay, 2018), para encontrar la solución del problema difuso, compuesto por un conjunto de diferentes soluciones con diferentes grados de cumplimiento de las condiciones originales. Dicho enfoque introduce un problema adicional: el muestreo de la mayor cantidad de valores de pertenencia de las soluciones sin duplicados (Torres, Pelta y Teresa Lamata, 2018), de tal manera que pueda obtenerse el mayor conjunto de soluciones con diferentes compromisos entre el grado de pertenencia y el costo que pueda utilizar un decisor.

Varios autores utilizan este enfoque en problemas difusos como el caso de Chakraborty y Ray (Chakraborty y Ray, 2010) que abordan un problema difuso de ubicación de carbón mediante el enfoque paramétrico donde muestrean instancias empíricamente y utilizan el Algoritmo Genético Multiobjetivo para resolver cada una de estas. También, (Naseri y Khazaei, 2018) estudian un problema de programación fraccional lineal multiobjetivo con las variables difusas y proponen un algoritmo basado en el enfoque paramétrico donde el valor de pertenencia de cada solución se obtiene a partir de las instancias resueltas por el método que proponen. Por su parte, (Stanojevic y Stanojevic, 2020) investigan la clase de problemas de optimización lineal multiobjetivo con coeficientes difusos en las funciones objetivo para lo cual se basan en el enfoque paramétrico para calcular los valores de pertenencia de los puntos extremos en la solución del conjunto difuso para tales problemas.

En la bibliografía revisada no se encontraron evidencias de un método de muestreo que permita la solución del problema VCSBPP difuso y obtener el conjunto de soluciones con diferentes compromisos entre costo y pertenencia, a partir de enfocarlo como un problema multiobjetivo. Actualmente, los valores de pertenencia se establecen de forma empírica y en base a ellos se propone la solución difusa, es decir, se crean conjuntos de instancias con diferentes valores de relajación que conducen a la misma cantidad de soluciones que conforman la solución al problema difuso. Dado que los alfa-cortes (valores límites de pertenencia de cada instancia) se fijan arbitrariamente puede ocurrir que algunos valores de relajación no impliquen una mejora en costo respecto a una solución menos relajada, por lo que no serían de interés para un decisor.

En el presente trabajo se propone un enfoque multiobjetivo para el problema difuso propuesto en (Herrera-

Franklin, Rosete, García-Borroto, Cruz-Corona, et al., 2020) y basado en metaheurísticas multiobjetivo. Este enfoque se basa en permitir que la búsqueda explore a la vez el espacio de relajaciones y de soluciones, y se evalúan las segundas según dos objetivos: costo y pertenencia. Además, se estudia la capacidad de varias metaheurísticas para resolver el problema multiobjetivo presentado.

El trabajo está organizado de la siguiente forma. En la sección “Métodos” se describe el problema abordado, el conjunto de instancias estudiadas, los algoritmos (parametrización y operadores), así como las medidas de calidad utilizadas en la evaluación de sus resultados. En la sección “Resultados y discusión” se muestran y discuten los resultados obtenidos y finalmente en la sección “Conclusiones” se exponen las ideas principales derivadas de los análisis anteriores.

Métodos

El VCSBPP consiste en empaquetar un conjunto de ítems en un conjunto de contenedores de varios tipos (capacidad) y con una cantidad infinita de cada tipo, minimizando el costo de todos los contenedores usados. El modelo considerado fue propuesto en (Herrera-Franklin, Rosete, García-Borroto, Cruz-Corona, et al., 2020) donde se introduce una relajación en la capacidad de los contenedores.

Siguiendo una línea similar a otros trabajos (Haouari y Serairi, 2009) se utilizaron cuatro formas de relacionar la capacidad de cada tipo de contenedor con su costo: Lineal que se define como $nx + m$, Proporcional de la forma $0.1x$, Cóncava como $10\sqrt{x}$ y finalmente Convexa, definida como $0.1\sqrt{x^3}$. El tipo de relación Proporcional fue utilizada en (Herrera-Franklin, Rosete, García-Borroto y Cabrera-García, 2020) donde se estudia el impacto que tiene en la complejidad de las instancias.

Conjunto de instancias

Se definió un primer grupo de instancias, compuesto por las tres de base publicadas en (Herrera-Franklin, Rosete, García-Borroto, Cruz-Corona, et al., 2020) considerando valores de tolerancia fijos como está descrito

en ese trabajo. Un segundo grupo de instancias incluye las propuestas en (Herrera-Franklin, Rosete, García-Borroto y Cabrera-García, 2020) de la cuales se consideraron las que siguen las distribuciones uniforme, normal y weibull en los pesos de los ítems.

Finalmente se conformó un tercer grupo que contiene 18 instancias siguiendo las pautas de (Correia, Gouveia y Saldanha-da-Gama, 2008), combinándolas de la siguiente forma:

1. Cantidad de ítems $i \in \{25, 50, 100\}$, pesos de los ítems $[1-100]$, 3 tipos de bins con capacidades $W = \{100, 120, 150\}$, función de costo lineal donde costo = capacidad. 3 instancias.
2. Cantidad de ítems $i \in \{100, 200, 500\}$, pesos de los ítems $[1-250]$, 7 tipos de bins con capacidades $W = \{70, 100, 130, 160, 190, 220, 250\}$, tres funciones de costo (Lineal, Cóncava y Convexa). 9 instancias.

En resumen, se utilizó un conjunto de 33 instancias que generalizan las características de las que se han publicado para estudiar las diferentes aristas del VCSBPP y está disponible en <https://drive.google.com/drive/folders/1-5ogjSnxhJp6le8Ig0etoxNiiQRmPAKa?usp=sharing>.

Representación de la solución

La representación de la solución consiste en un vector de longitud igual a la cantidad de ítems donde cada elemento que se corresponde con un ítem, contiene el índice del contenedor donde es empaquetado, es decir, cada solución es un vector $U = (u_1, u_2, \dots, u_m)$, donde cada u_i indica la posición del contenedor donde se ubica el ítem i .

Configuración de los algoritmos

El objetivo de la presente investigación no es comparar el desempeño de determinados algoritmos para un problema específico, sino corroborar que el enfoque propuesto puede ser más eficiente que el enfoque

tradicionalmente aplicado. En este sentido, las instancias descritas en la sección anterior fueron resueltas utilizando algunos de las metaheurísticas multiobjetivo más citadas en trabajos similares (Mohamed, Said y Lakhdar, 2012; Gobbato, 2014; Mann, 2015) en el contexto de problemas de empaquetamiento o asignación. Si bien, los algoritmos utilizados en los trabajos referenciados no son garantía de ser las mejores opciones para el problema abordado, se prefirió continuar esta línea considerando la disponibilidad de su implementación en la biblioteca de clases BiCIAM (Calderín-Fajardo, 2016).

De esta forma, fueron seleccionadas dos metaheurísticas basadas en un punto, la Búsqueda Local Multiobjetivo (MOLS por sus siglas en inglés) (Pillay y Qu, 2018) y el Recocido Simulado Multiobjetivo Ulungu (UMOSA por sus siglas en inglés) (Biswas y Acharyya, 2020) y de las poblacionales fue seleccionado el Algoritmo Genético Multiobjetivo (MOGA por sus siglas en inglés) y la variante conocida como NSGA-II (Alioui y Acar, 2020). Para el Recocido Simulado se utilizaron los parámetros establecidos en (Amine, 2019) quedando la $T_{inicial} = 500$, $T_{final} = 0$, $\alpha = 0.9$ y la cantidad de iteraciones para la temperatura 500. Por otro lado, en la configuración de los algoritmos genéticos quedó como tipo de selección “torneo”, probabilidad de mutación 0.8, probabilidad de cruzamiento 0.5 y en el caso de Algoritmo Genético Multiobjetivo, el tipo de reemplazo establecido fue “generacional”. En todos los casos se establecieron 60000 iteraciones y 20 ejecuciones para cada instancia.

Operadores

Heurística de construcción de población inicial: Esta heurística es aplicada indistintamente tanto a las metaheurísticas poblacionales como a las basadas en un punto, buscando diversidad de soluciones factibles iniciales. Se basa en el FFD (Dósa y Epstein, 2018), solo que se genera un valor $x \in \{0,1\}$ donde para 0 se utiliza el FFD y para 1, la lista de contenedores se desordena, almacenando en una lista auxiliar el índice donde se encontraba originalmente cada contenedor y se aplica el First Fit (sin orden decreciente de capacidades). De esta manera, se van tomando uno a uno los ítems, y para cada uno se recorren los contenedores según el orden definido para ellos, colocando al ítem en el primer contenedor que quepa. Como el orden de los contenedores no siempre es igual, esto genera diferentes empaquetamientos.

Operadores de mutación: En todos los algoritmos se utilizaron dos operadores de mutación donde uno de ellos apunta a mejorar el costo de la solución actual y el otro el valor de membresía. Dado que este último requiere comprobar el valor de membresía de una solución, el tiempo de ejecución aumenta por lo cual, definió un esquema que hace que al inicio se utilice menos, según una probabilidad definida en (3):

$$P_m = 1 - \left(\frac{N_{max} - N_i}{N_{max}} \right) \quad (3)$$

donde N_{max} es la cantidad máxima de iteraciones y N_i la iteración actual.

1. **Operador de mutación para el costo:** Esta heurística consiste en seleccionar un elemento del vector de solución actual y vaciar completamente el contenedor donde estaba ese elemento para obtener una lista de ítems que se ordena decrecientemente por sus pesos. Posteriormente se genera un valor de pertenencia aleatorio, que se utiliza para fijar la nueva capacidad de todos los contenedores según su tolerancia máxima, variándose paralelamente la membresía de la solución. A continuación, cada ítem en la lista, es re-empaquetado en el primer contenedor donde haya espacio exceptuando el contenedor de donde fue extraído, el cual no se utiliza.
2. **Operador de mutación para la membresía:** Este operador solo se puede ejecutar en soluciones con un valor de membresía menor que 1 para que exista algún tipo de sobrecarga en los contenedores que pueda modificarse. En este caso, se busca en el vector solución el primer ítem que apunte al contenedor que posea el valor de pertenencia más bajo, es decir, el más sobrecargado. De este, se extrae el ítem más pequeño de este y se re-empaqueta en un contenedor “abierto” donde quede más espacio y por supuesto, quepa el ítem en cuestión. El término “abierto” se refiere a un contenedor en uso ya que no tendría sentido abrir uno nuevo, pues se aumentaría el costo. Esta es la causa de seleccionarse el ítem más pequeño en el contenedor de menor pertenencia, ya que uno de los de mayor peso, podría no entrar en ninguno de los contenedores “abiertos” y desperdiciarse una iteración sin provocar cambios en la solución.

3. **Operador de cruzamiento:** Se utiliza cruzamiento uniforme (Hassanat et al., 2019), modificando todos los elementos del vector solución. Para esto se genera un vector binario aleatorio que indica si la solución hijo debe tomar la ubicación de cada ítem de un padre o del otro. Si el ítem seleccionado apunta a un contenedor que ya ha sobrepasado su capacidad total (considerando su tolerancia máxima) se almacena en una lista de “candidatos” que es procesada posteriormente para evitar que se genere una solución no factible. La heurística de reparación consiste en re-empacar la lista de candidatos utilizando el FFD. Al terminar este paso puede darse el caso de que aún queden elementos sin re-empacarse, por ejemplo, que en la lista de candidatos exista un ítem de los más grandes y todos los contenedores donde cabe estén ocupados total o parcialmente, de modo que no entre en ninguno de los existentes. En un caso así, para cada ítem pendiente, se busca el contenedor con el valor mínimo de la razón entre el peso del ítem y la capacidad del contenedor que no contenga un ítem mayor o igual que el pendiente. Este contenedor es vaciado y el ítem en cuestión empacado en él mientras que los ítems que estaban contenidos, pasan a la lista de candidatos. Esta heurística se ejecuta recursivamente mientras existan elementos en la lista de candidatos.

Medidas de calidad para el rendimiento de los algoritmos

Para cada algoritmo se guardó el Frente de Pareto (Talbi, 2009) obtenido en cada ejecución. Posteriormente, con las soluciones de todos los frentes de todas las metaheurísticas en todas las iteraciones, se obtuvo un Frente de Pareto integrado, que se asume como una aproximación al frente real, a los efectos de las métricas. El perteneciente a cada ejecución se evaluó contra el aproximado considerándose el promedio de cada medida utilizada como métrica final para un análisis estadístico no paramétrico (Alcalá-Fdez et al., 2009). Se incluyeron el tiempo promedio de cada ejecución y la cantidad promedio de soluciones en el Frente de Pareto obtenidas. Además, se utilizaron tres indicadores de rendimiento pertenecientes a cada uno de los tres grupos definidos por (Audet et al., 2020): tasa de error, distancia generacional y dispersión.

Resultados y discusión

Los resultados correspondientes al primer conjunto de instancias, descrito en la sección anterior fueron resueltos utilizando el solver SCIP como se refleja en (Herrera-Franklin, Rosete, García-Borroto, Cruz-Corona, et al., 2020). Estos resultados fueron contrastados con los obtenidos por las metaheurísticas multiobjetivo (ver Figura 1) en cuanto al compromiso entre el costo y el grado de pertenencia de cada solución. Debe señalarse que el solver fue ejecutado durante una hora en la mayor parte de las instancias. Esto quiere decir que por cada instancia base se generaron 11 instancias crisp cuya mejor solución demoró una hora en encontrarse. Sin embargo, nótese que en la Figura 1(a) las metaheurísticas coinciden en una mejora del valor de pertenencia para un costo de 28166. Por otro lado, en la Figura 1(b) esta mejora se produce en casi todos los algoritmos para el costo 1469.69.

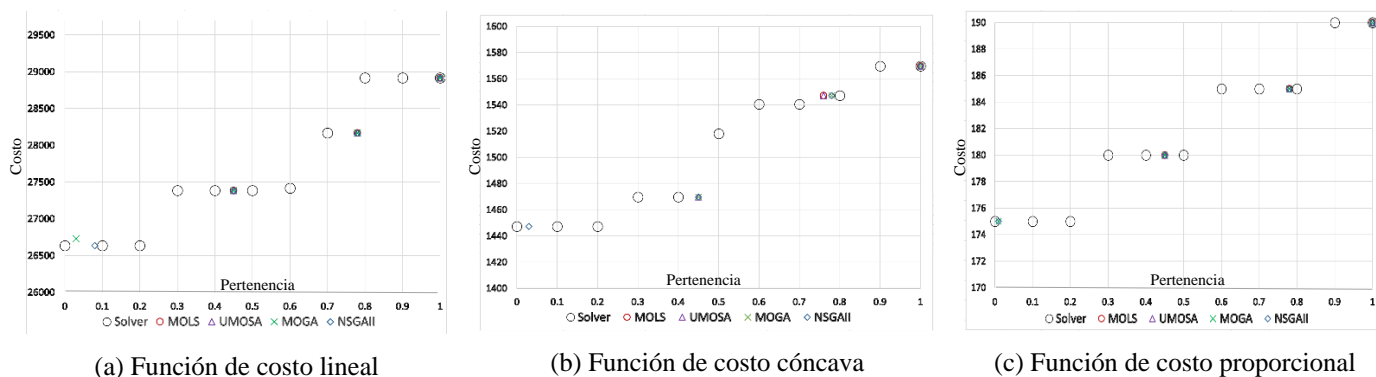


Fig.1- Soluciones obtenidas por métodos de solución.

En este conjunto de instancias, el aspecto de mayor interés está en la cantidad de valores de pertenencia cercanos a los mejores que se obtuvieron con el *solver* y que, en algunos casos, mejoran con las metaheurísticas. Para ilustrar de otra forma la información que se muestra en la Figura 1, en la Tabla 1 se organizan los resultados por métodos organizados por los valores de pertenencia y costo obtenidos por cada uno. Los valores intermedios que se muestran en la Tabla 1 (por ejemplo 0.78 con costo 28166 para la función de costo lineal en la Tabla 1a y 0.45 con costo 1469 para la función cóncava en la Tabla 1b), donde las metaheurísticas mejoran la pertenencia, demuestran que existen valores difíciles de explorar manualmente y que las metaheurísticas son capaces de obtenerlos en poco tiempo. En este sentido vale la pena señalar el valor de costo 28166 que fue obtenido por el solver con un valor de pertenencia de 0.7, de manera que las metaheurísticas reflejadas lograron obtener una mejora que las hace competitivas con respecto al método

exacto. Otro tanto ocurre para el valor de costo 1469.69, donde también se produjo una mejora ya que el valor de pertenencia que se obtuvo mediante el solver es de 0.4, aunque debe notarse que en este caso el MOLS fue el único que no obtuvo valores destacables.

Tabla 1- Frente de Pareto por métodos de solución.

Pertenencia	Costo	Método
0.2	26634	Solver
0.5	27384	Solver
0.6	27416	Solver
0.78	28166	MOLS, UMOSA, MOGA, NSGAI
1	28916	Todos

(a) Función de costo lineal

Pertenencia	Costo	Método
0.2	1447.22	Solver
0.45	1469.69	UMOSA, MOGA, NSGAI
0.5	1517.93	Solver
0.7	1540.4	Solver
0.8	1547.22	Solver, FFD
1	1569.69	Todos

(b) Función de costo cóncava

Para evaluar la eficacia de las metaheurísticas en las 30 instancias de los grupos 2 y 3, se realizó el Test de Friedman utilizando la herramienta KEEL (Alcalá-Fdez et al., 2009) con los resultados de las medidas explicadas en la sección anterior. Los resultados de estas medidas, los análisis posteriores y los Frentes de Pareto obtenidos están disponibles en: <https://drive.google.com/drive/folders/1-5ogjSnhJp6le8Ig0etoxNiiQRmPAKa?usp=sharing>. En la Tabla 2 se muestra el promedio de ranking obtenido en esta prueba, adicionándose una fila que muestra el p-value correspondiente a cada una de las medidas. Los mejores valores de ranking fueron resaltados para facilitar la interpretación de los resultados.

Tabla 2- Promedio de *ranking* para el Test de Friedman por medidas de calidad.

Algoritmo	Tasa de error	Distancia Generacional	Dispersión	No dominadas	Tiempo
MOLS	2.55	3.1667	2.4333	3.1833	1.7
UMOSA	2.5167	3.1667	3	3.1667	1.6
MOGA	2.4667	1.9333	2.5333	1.8333	3.3333
NSGAI	2.4667	1.7333	2.0333	1.8167	3.3667
<i>p-value</i>	0.99301	0	0.036403	0	0

De manera general, se pudo comprobar que, el NSGAI muestra los mejores resultados desde el punto de vista de la eficacia, sin embargo, es el más lento, siendo lo contrario para el UMOSA. En el caso de la Tasa de Error, el Test de Friedman muestra que no existen diferencias significativas, lo cual se debe a que se obtuvo en casi todas las instancias un valor igual a 1 excepto en la instancia G3I2N50WeB3MaCv donde el MOLS obtuvo un valor de 0.933 y el UMOSA uno de 0.956. Considerando que, en las demás medidas los valores del Test de Friedman muestran diferencias significativas con *p-values* inferiores a 0.05, se realizó un análisis *post-hoc* mediante las pruebas de Holm, Finner y Li cuyos resultados se muestran en la Tabla 3.

Tabla 3- Resultados del análisis *post-hoc* para las diferentes medidas.

Medida	Algoritmo	p_{Holm}	p_{Finner}	p_{Li}
Dispersión	UMOSA	0.011195	0.011153	0.004824
	MOGA	0.267229	0.19357	0.147889
	LS	0.267229	0.230139	0.230139
Distancia generacional	UMOSA	0.000051	0.000051	0.000038
	LS	0.000051	0.000051	0.000038
	MOGA	0.548506	0.548506	0.548506
Soluciones No Dominadas	LS	0.000124	0.000124	0.001035
	UMOSA	0.000124	0.000124	0.001283
	MOGA	0.960122	0.960122	0.960122
Tiempo	NSGA-II	0	0	0
	MOGA	0	0	0.000001
	LS	0.764177	0.764177	0.764177

Como puede comprobarse en la Tabla 3, los resultados de la medida de Dispersión indican que UMOSA es el peor para esta medida al tener diferencias significativas en todas las pruebas realizadas que confirman la posición obtenida en el Test de Friedman. Por su parte, la Distancia Generacional establece una diferencia sustancial entre los genéticos y los basados en un punto. En el caso, del MOGA la menor Distancia Generacional es 0.132 mientras que la del NSGA-II es 0.123 y las máximas son de 0.258 y 0.258 respectivamente. La medida de promedio de soluciones no dominadas por ejecución, refuerza la idea anterior por cuanto sigue obteniendo los mejores resultados el NSGA-II por con estrecho margen de diferencia con respecto al MOGA. Por tanto, considerando los valores de estos análisis para las medidas anteriores, puede

apreciarse que el NSGA-II tiene mejor rendimiento de forma general. Nótese además que, en la Tabla 3 el NSGA-II solo aparece reflejado en la medida de Tiempo ya que, en el resto, el Test de Friedman lo coloca en primer lugar como se muestra en la Tabla 2.

Desde el punto de vista de la eficiencia, los genéticos sin lugar a dudas son los más lentos. El tiempo mínimo del UMOSA fue de 590.45 milisegundos mientras que para el NSGA-II fue de 5421.9 y los valores máximos fueron 39529.45 y 200352.45 respectivamente. Analizando los extremos, UMOSA es alrededor de 10 veces más rápido que NSGA-II, aunque este último tiende a obtener mejores soluciones. En la Tabla 3 se puede comprobar que, MOGA y NSGA-II tienen una diferencia sustancial de tiempo con respecto a UMOSA y MOLS que lo sigue en eficiencia. No obstante, aún en el caso de NSGA-II, el tiempo de ejecución máximo no supera los 2 minutos y obtiene un conjunto de soluciones de mayor calidad que UMOSA (Tabla 2). Por esto, el compromiso entre la calidad de las soluciones y el espectro de valores de pertenencia muestreados en tan poco tiempo se puede considerar que constituye una alternativa interesante respecto al método descrito en (Herrera-Franklin, Rosete, García-Borroto, Cruz-Corona, et al. 2020), en comparación con el tiempo superior a una hora que emplea el solver para resolver cada relajación asociada a un alfa-corte.

Conclusiones

En el presente trabajo se aborda un problema difuso desde una nueva perspectiva que, permite obtener la solución difusa (varias soluciones con diferentes grados de relajación) en un tiempo razonablemente pequeño. La variante difusa del Problema de Empaquetamiento con Costo y Tamaño Variable (FVCSBPP) donde se permite una relajación en el tamaño de los contenedores solo ha sido abordada con el enfoque paramétrico de Verdegay, que implica muestrear empíricamente un conjunto de valores de pertenencia, lo cual introduce la posibilidad de perder valores mejores de pertenencia para soluciones con costos iguales. El enfoque del FVCSBPP como un problema multiobjetivo donde se minimiza el costo mientras se intenta aumentar la pertenencia de las soluciones, constituye el principal aporte de la investigación. Su aplicabilidad no se limita al FVCSBPP y a los problemas de la vida real que generaliza (logística, telecomunicaciones, procesos

industriales, etc.), sino que puede ser extendido a otras familias de problemas de optimización como el Problema del Viajante, el Problema de Ruteo de Vehículos, entre otros, donde se utilice el enfoque paramétrico.

En los resultados experimentales se demostró que los operadores propuestos permiten un aumento del rendimiento en los procesos de exploración y explotación de las metaheurísticas utilizadas. Esto puede ser visto desde dos ángulos: la garantía de generar siempre soluciones factibles con amplia diversidad y su alta eficiencia ya que son basadas en la heurística FFD. Uno de los aspectos que debe ser abordado en el futuro, es basar los operadores propuestos en otras heurísticas de construcción para problemas de empaquetamiento, sin que se comprometa la eficiencia de los algoritmos. Entre las metaheurísticas utilizadas, sobresale en calidad el NSGAI a pesar de ser el más lento.

El método propuesto en el presente trabajo, no garantiza optimalidad, es decir, que se obtengan las mejores soluciones en cuanto a compromiso costo-pertenencia, para todos los valores de pertenencia donde sea posible. Sin embargo, como alternativa a las formas de abordar problemas difusos con el enfoque paramétrico tradicional, es muy recomendable por la reducción indiscutible. Nótese que el tiempo que toman los algoritmos para obtener soluciones mejores o al menos iguales que las obtenidas por un método exacto muestreando instancias manualmente, es notablemente inferior. De esta forma, el decisor puede obtener en menos tiempo que usando un solver, un conjunto de soluciones con un compromiso interesante entre costo y pertenencia.

Referencias

Alcalá-Fdez, J., Sánchez, L., García, S., Del Jesus, M.J., Ventura, S., Garrell, J.M., Otero, J., Romero, C., Bacardit, J., Rivas, V.M., Fernández, J.C. Y Herrera, F., 2009. Keel: A Software Tool To Assess Evolutionary Algorithms For Data Mining Problems. En: Issn: 1433-7479, *Soft Computing*, Vol. 13, No. 3, Pp. 307–318. Doi 10.1007/S00500-008-0323-Y.

Alioui, Y. Y Acar, R., 2020. An Evaluation Of A Constrained Multi-Objective Genetic Algorithm. *Journal Of Scientific Perspectives* [En Línea], Vol. 4, No. 2 Se-, Pp. 137-146. Doi 10.26900/Jsp.4.011. Disponible En: <https://journals.gen.tr/jsp/article/view/963>.

Amine, K., 2019. Multiobjective Simulated Annealing: Principles And Algorithm Variants. En: I. Kacem (Ed.), *Advances In Operations Research* [En Línea], Vol. 2019, Pp. 8134674. Issn 1687-9147. Doi 10.1155/2019/8134674. Disponible En: <https://doi.org/10.1155/2019/8134674>.

Audet, C., Bigeon, J., Cartier, D., Le Digabel, S. Y Salomon, L., 2020. Performance Indicators In Multiobjective Optimization. *European Journal Of Operational Research*, Issn 03772217. Doi 10.1016/J.Ejor.2020.11.016.

Biswas, S. Y Acharyya, S., 2020. Multi-Objective Simulated Annealing Variants To Infer Gene Regulatory Network: A Comparative Study. *Ieee/Acm Transactions On Computational Biology And Bioinformatics*, Vol. Pp, Pp. 1. Doi 10.1109/Tcbb.2020.2992304.

Calderín-Fajardo, J., 2016. *Soft Computing En Problemas De Optimización Dinámicos* [En Línea]. S.L.: Universidad De Granada. Disponible En: <http://hdl.handle.net/10481/42206>.

Chakraborty, M. Y Ray, A., 2010. Parametric Approach And Genetic Algorithm For Multi Objective Linear Programming With Imprecise Parameters. *Opsearch*, Vol. 47, No. 1, Pp. 73-92. Issn 00303887. Doi 10.1007/S12597-010-0005-2.

Correia, I., Gouveia, L. Y Saldanha-Da-Gama, F., 2008. Solving The Variable Size Bin Packing Problem With Discretized Formulations. En: Issn: 0305-0548, *Computers & Operations Research*, Vol. 35, No. 6, Pp. 2103-2113. Doi 10.1016/J.Cor.2006.10.014.

Crainic, T.G., Gobbato, L., Perboli, G., Rei, W., Watson, J.-P. Y Woodruff, D.L., 2014. Bin Packing Problems With Uncertainty On Item Characteristics: An Application To Capacity Planning In Logistics. En: *Transportation: Can We Do More With Less Resources? – 16th Meeting Of The Euro Working Group On Transportation – Porto 2013, Procedia - Social And Behavioral Sciences*, Vol. 111, Pp. 654-662. Issn 1877-0428. Doi 10.1016/J.Sbspro.2014.01.099.

Crainic, T.G., Perboli, G., Rei, W. Y Tadei, R., 2011. Efficient Lower Bounds And Heuristics For The Variable Cost And Size Bin Packing Problem. *Computers & Operations Research*, Vol. 38, No. 11, Pp. 1474-1482. Issn 0305-0548. Doi 10.1016/J.Cor.2011.01.001.

- Dósa, G. Y Epstein, L., 2018. The Tight Asymptotic Approximation Ratio Of First Fit For Bin Packing With Cardinality Constraints. *Journal Of Computer And System Sciences*, Vol. 96, Pp. 33-49. Issn 10902724. Doi 10.1016/J.Jcss.2018.03.004.
- Ebrahimnejad, A. Y Verdegay, J.L., 2018. *Fuzzy Sets-Based Methods And Techniques For Modern Analytics*. 1. S.L.: Springer International Publishing. Studies In Fuzziness And Soft Computing.
- Fraire-Huacuja, H.J., Padilla, A.E., Cruz-Reyes, L., Gómez-Santillán, C., Rangel-Valdez, N., Morales-Rodríguez, M.L. Y Frausto, J., 2019. Variable Neighborhood Search Algorithm For The Variable Cost And Size Bin Packing Problem. *Handbook Of Research On Metaheuristics For Order Picking Optimization In Warehouses To Smart Cities*. S.L.: Igi Global, Pp. 17.
- Friesen, D.K. Y Langston, M.A., 1986. Variable Sized Bin-Packing. En: Issn (Online): 1095-7111, *Siam J. Comput*, Vol. 15, No. 1. Doi 10.1137/0215016.
- Gobbato, L., 2014. *Stochastic Programming For City Logistics: New Models And Methods* [En Línea]. S.L.: Politecnico Di Torino. Disponible En: <Http://Porto.Polito.It/Id/Eprint/2596359>.
- Haouari, M. Y Serairi, M., 2009. Heuristics For The Variable Sized Bin-Packing Problem. En: Issn: 0305-0548, *Computers And Operations Research*, Vol. 36, No. 10, Pp. 2877-2884. Issn 03050548. Doi 10.1016/J.Cor.2008.12.016.
- Hassanat, A.B.A., Almohammadi, K., Alkafaween, E., Abunawas, E., Hammouri, A. Y Prasath, V., 2019. Choosing Mutation And Crossover Ratios For Genetic Algorithms - A Review With A New Dynamic Approach. *Inf.*, Vol. 10, Pp. 390.
- Herrera-Franklin, J., Rosete, A., García-Borroto, M. Y Cabrera-García, S., 2020. Influencia De Distribuciones Estadísticas En La Complejidad De Instancias Del Problema De Empaquetamiento Con Tamaño Y Costo Variable. *Revista De Ingeniería Mecánica*, Vol. 23, No. 2.
- Herrera-Franklin, J., Rosete, A., García-Borroto, M., Cruz-Corona, C. Y Pelta, D.A., 2020. On The Impact Of Fuzzy Constraints In The Variable Size And Cost Bin Packing Problem. En: M.-J. Lesot, S. Vieira, M.Z. Reformat, J.P. Carvalho, A. Wilbik, B. Bouchon-Meunier Y R.R. Yager (Eds.), *Information Processing And Management Of Uncertainty In Knowledge-Based Systems*. Cham: Springer International Publishing, Pp. 230-240. Isbn 978-3-030-50146-4. Doi 10.1007/978-3-030-50146-4_18.
- Kalaskar, K., 2013. Variable Size Bin Packing Algorithm For Iot. *International Journal Of Science And*

Research (Ijsr), Vol. 4, No. 7, Pp. 2599-2602. Issn 2319-7064.

Mann, Z.D., 2015. Approximability Of Virtual Machine Allocation: Much Harder Than Bin Packing. *Proceedings Of The 9th Hungarian-Japanese Symposium On Discrete Mathematics And Its Applications*. S.L.: S.N.,

Mohamed, M., Said, R.M. Y Lakhdar, S., 2012. Continuous Lower Bound For The Variable Sized Bin-Packing Problem. *9th International Conference On Modeling, Optimization & Simulation*. S.L.: S.N., Pp. 8-13.

Mohammed, A.S., Balaji, S., Basha, S., Asha Y Venkatachalam, 2020. Fco — Fuzzy Constraints Applied Cluster Optimization Technique For Wireless Adhoc Networks. *Computer Communications*, Vol. 154, Pp. 501-508. Issn 0140-3664. Doi 10.1016/J.Comcom.2020.02.079.

Naseri, H. Y Khazaei, K., 2018. A Parametric Approach To Solving The Fuzzy Multi-Objective Linear Fractional Programming Problem. *Journal Of New Researches In Mathematics* [En Línea], Vol. 4, No. 14, Pp. 87-102. Disponible En: Http://Jnrm.Srbiau.Ac.Ir/Article_12855_Ec554c15274a2b0e73a82f789492c6f9.Pdf.

Pillay, N. Y Qu, R., 2018. Hyper-Heuristics: Theory And Applications. En: Online Isbn: 978-3-319-96514-7. S.L.: Springer, Cham, Natural Computing Series, Pp. 67-73.

Shavarani, S.M., Mosallaeipour, S., Golabi, M. Y Izbirak, G., 2019. A Congested Capacitated Multi-Level Fuzzy Facility Location Problem: An Efficient Drone Delivery System. *Computers And Operations Research*, No. 108, Pp. 57-68.

Stanojevic, B. Y Stanojevic, M., 2020. On Fuzzy Solutions To A Class Of Fuzzy Multi-Objective Linear Optimization Problems. En: N. Mladenovic, A. Sifaleras Y M. Kuzmanovic (Eds.), *Advances In Operational Research In The Balkans*. S.L.: Springer, Cham, Pp. 63-76. Isbn 978-3-030-21990-1.

Talbi, E.-G., 2009. *Metaheuristics. From Design To Implementation*. S.L.: John Wiley & Sons, Inc.

Torres, M., Pelta, D.A. Y Teresa Lamata, M., 2018. A New Approach For Solving Personalized Routing Problems With Fuzzy Constraints. *2018 Ieee International Conference On Fuzzy Systems (Fuzz-Ieee)*. S.L.: S.N., Pp. 1-5.

Wang, S., Li, J. Y Mehrotra, S., 2019. Chance-Constrained Bin Packing Problem With An Application To Operating Room Planning. *Optimization Online* [En Línea]. S.L.: Disponible En: <Http://Www.Optimization->

Online.Org/Db_Html/2019/02/7053.Html.

Conflicto de interés

Los autores autorizamos la distribución y uso pertinente del artículo presentado.

Contribuciones de los autores

1. Conceptualización: Jorge Herrera Franklin y Alejandro Rosete.
2. Curación de datos: Jorge Herrera Franklin
3. Análisis formal: Jorge Herrera Franklin y Alejandro Rosete
4. Adquisición de fondos: Jorge Herrera Franklin
5. Investigación: Jorge Herrera Franklin y Alejandro Rosete
6. Metodología: Jorge Herrera Franklin y Alejandro Rosete
7. Administración del proyecto: Jorge Herrera Franklin
8. Recursos: Jorge Herrera Franklin
9. Software: Jorge Herrera Franklin
10. Supervisión: Alejandro Rosete
11. Validación: Jorge Herrera Franklin y Alejandro Rosete
12. Visualización: Jorge Herrera Franklin y Alejandro Rosete
13. Redacción – borrador original: Jorge Herrera Franklin
14. Redacción – revisión y edición: Alejandro Rosete

Financiación

Centro de Investigación y Manejo Ambiental del Transporte. Investigación doctoral del primer autor.